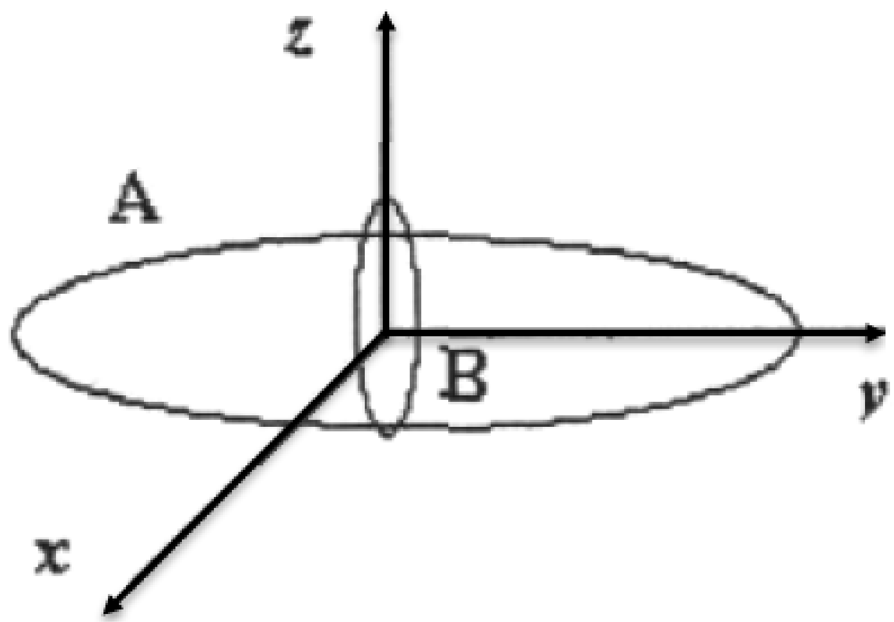
62.03 Física II A / 62.04 Física II B / 82.02 Física II

Departamento de Física

.UBAfiuba
FACULTAD DE INGENIERÍA

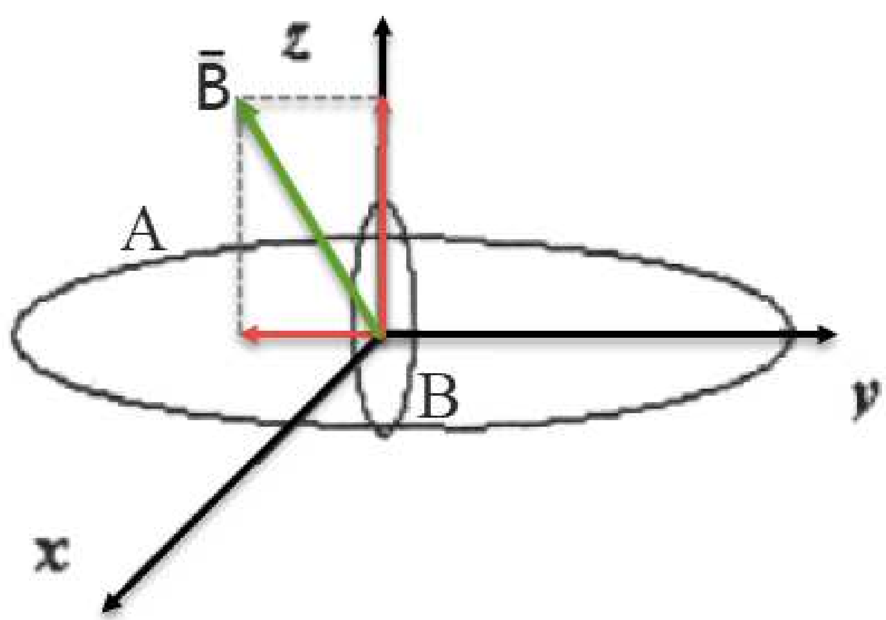
5) Una espira circular (A) de radio R_A= 20 cm yace en el plano xy y otra, también circular (B), de radio R_B= 10 cm en el plano xz. Los centros de ambas coinciden con el origen de coordenadas. Determinar las corrientes que deben circular (en módulo y dirección de rotación) por ambas espiras para que el campo magnético en el origen de coordenadas valga $\vec{B} = -5\,\mu\text{T}\ \hat{j} + 10\,\mu\text{T}\ \hat{k}$.

(μ_0=4π x 10^{-7} T m/A).

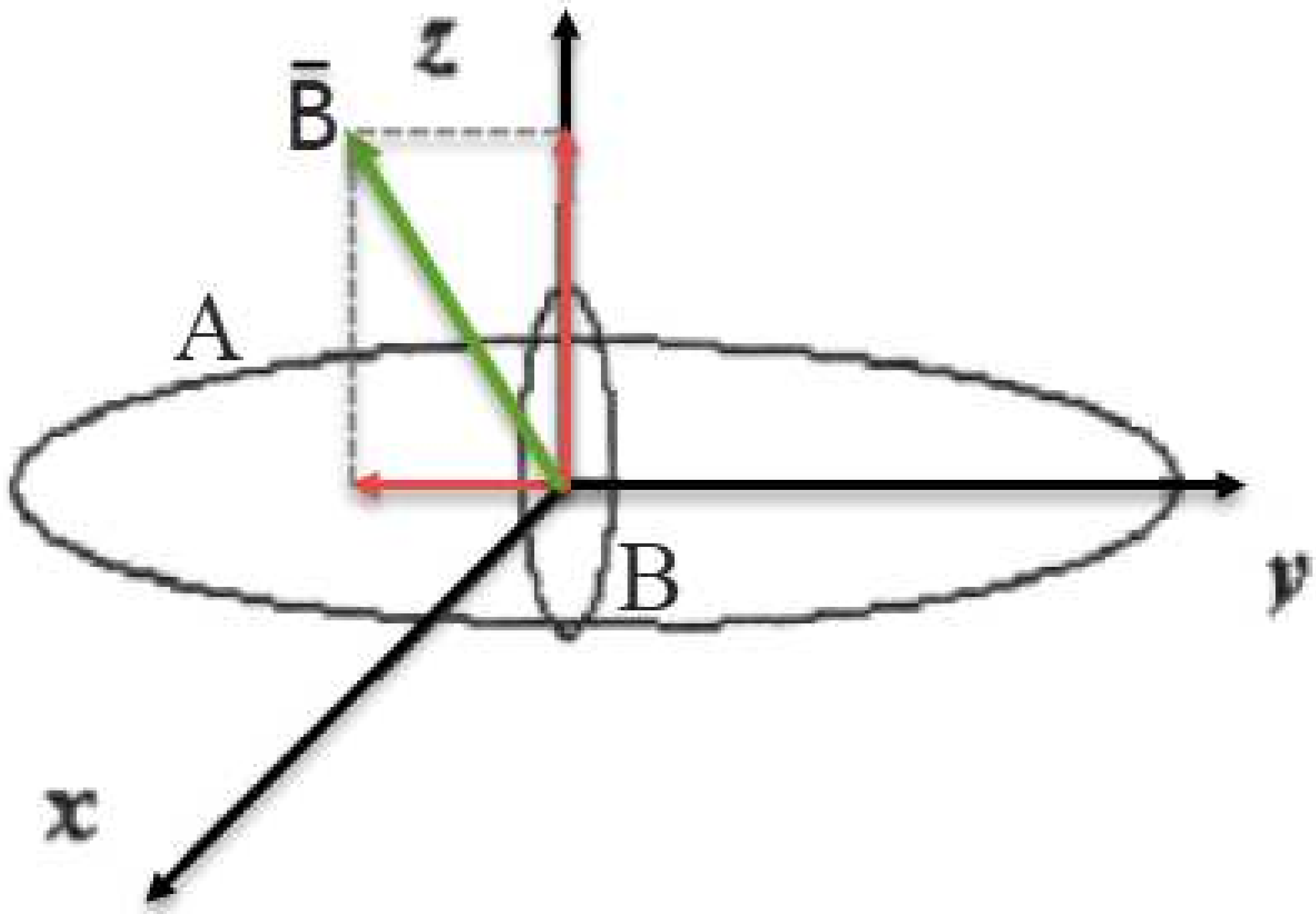


5) Una espira circular (A) de radio R_A= 20 cm yace en el plano *xy* y otra, también circular (B), de radio R_B= 10 cm en el plano *xz*. Los centros de ambas coinciden con el origen de coordenadas. Determinar las corrientes que deben circular (en módulo y dirección de rotación) por ambas espiras para que el campo magnético en el origen de coordenadas valga $\vec{B} = -5\,\mu\text{T}\;\hat{j} + 10\,\mu\text{T}\;\hat{k}$.

(μ_0=4π x 10^{-7} T m/A).

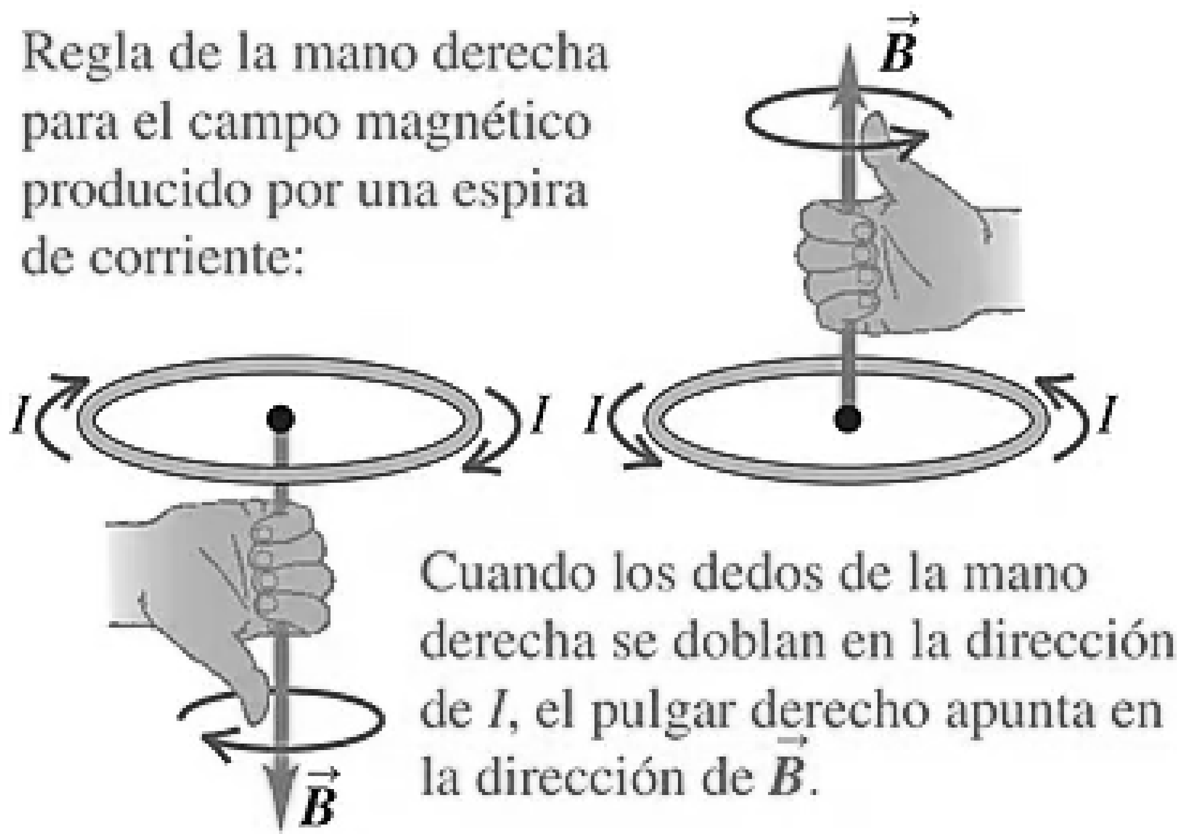


$$\vec{B} = -5\,\mu\mathrm{T}\;\hat{j} + 10\,\mu\mathrm{T}\;\hat{k}\,.$$

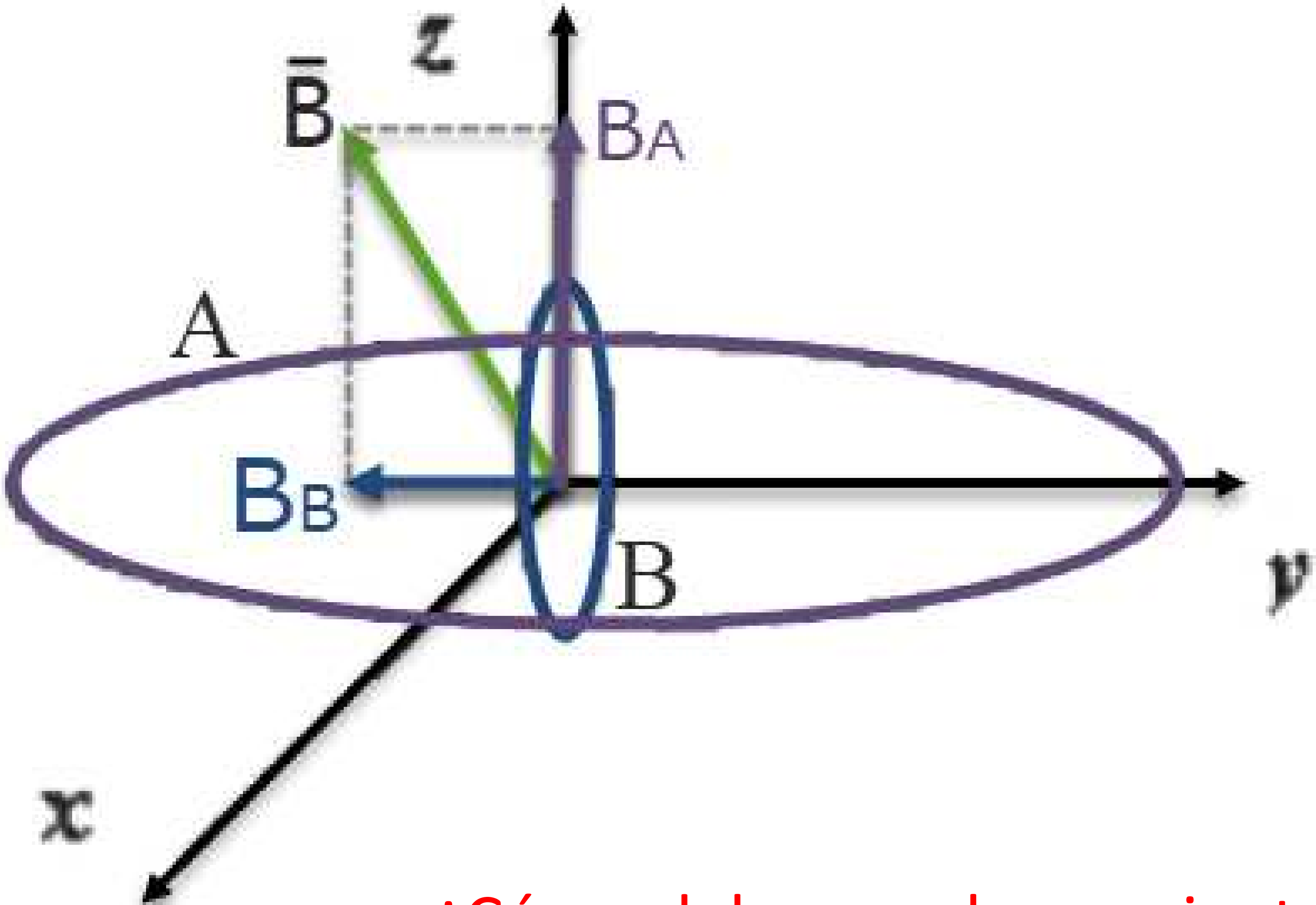


Campo magnético para una espira circular:

La dirección del campo de una espira sobre su eje está dado por la regla de la mano derecha:

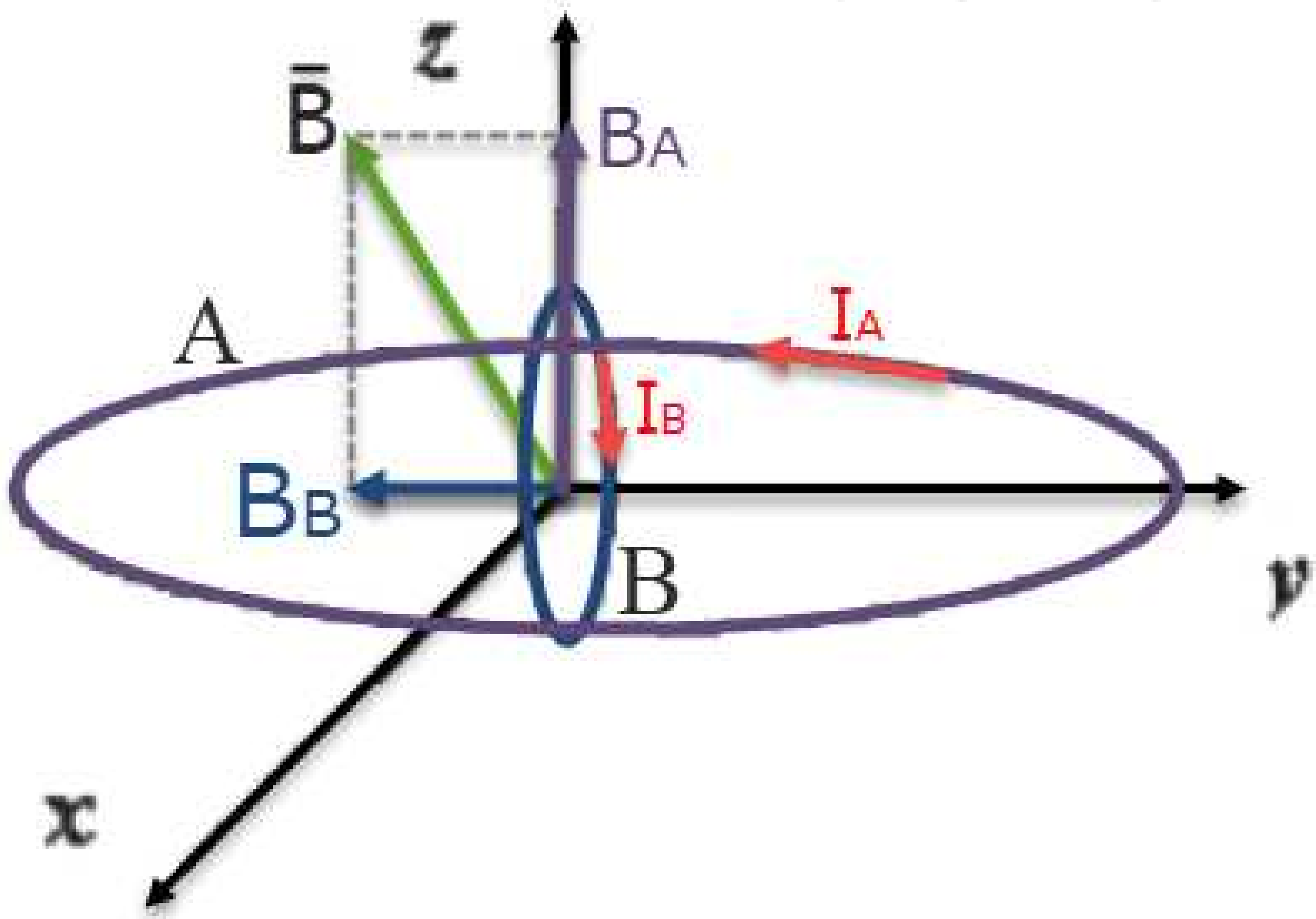


$$\vec{B} = -5\,\mu\mathrm{T}\ \hat{j} + 10\ \mu\mathrm{T}\ \hat{k}\,.$$



¿Cómo deben ser las corrientes?

$$\vec{B} = -5\,\mu\text{T}\;\hat{j} + 10\;\mu\text{T}\;\hat{k}\,.$$



Campo magnético para una espira circular:

Planteamos el campo magnético a partir de la Ley de Biot- Savart:

$$\bar{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\int \frac{I\bar{dl} \wedge (\bar{r} - \bar{r}')}{|\bar{r} - \bar{r}'|^3}$$

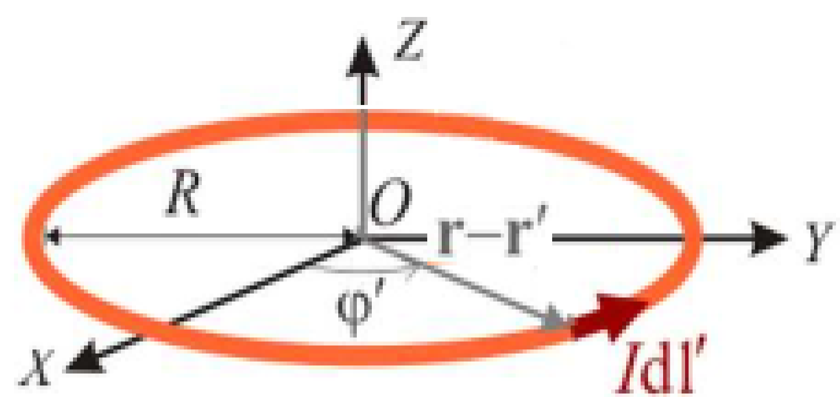
Siendo:

μ_o *permeabilidad magnética del vacío* $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{\mathbf{Tm}}{\mathbf{A}}$

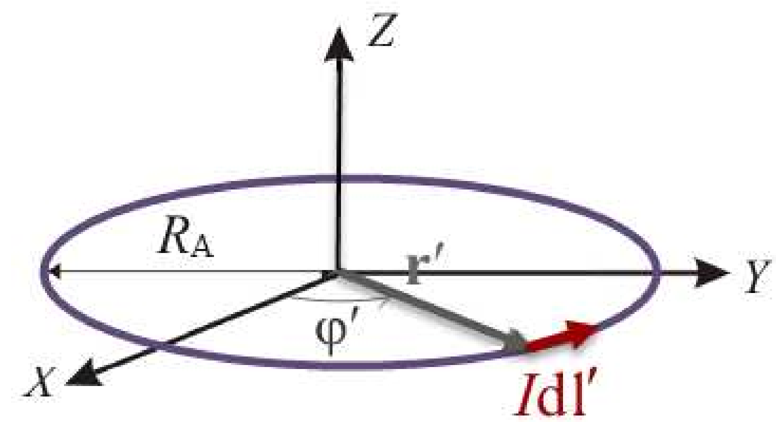
$\bar{dl}$ = *longitud infinitesimal que transporta la corriente*

$\bar{r}$ = *punto donde quiero calcular el campo*

$\bar{r}'$ = *punto fuente de la corriente*



Para la espira A:



Siendo:

$\bar{r} = (0;0;0)$

$\bar{r}' = (R_A cos\,\varphi'; R_A sen\,\varphi'; 0))$

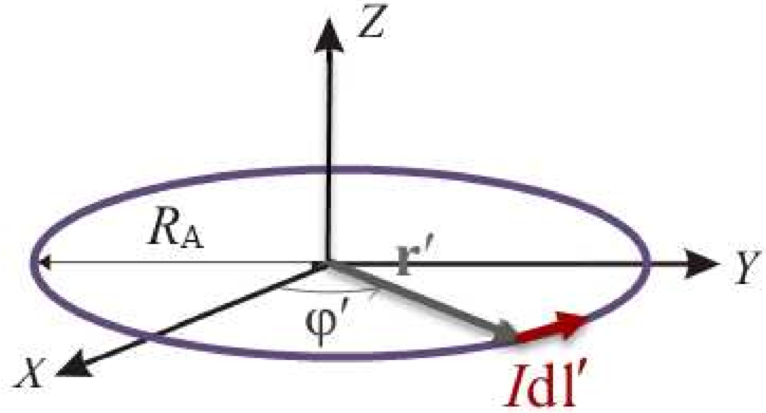
$\bar{r} - \bar{r}' = \ (-R_A cos\,\varphi'; -R_A sen\,\varphi'; 0)$

$|\bar{r} - \bar{r}'|^3 = {R_A}^3$

$I\overline{dl'} = I R_A d\varphi' \widehat{\varphi}'; \quad 0 < \varphi' < 2\pi\,; \ \ \widehat{\varphi}' = (-sen\varphi'; cos\varphi'; 0)$

$$\bar{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{I R_A d\varphi' (-sen\varphi'; cos\,\varphi'; 0) \wedge (-R_A cos\,\varphi'; -R_A sen\,\varphi'; 0)}{{R_A}^3}$$

Para la espira A:



Siendo:

$$\bar{r} = (0;0;0)$$

$$\bar{r}' = (R_A cos\,\varphi'; R_A sen\,\varphi'; 0))$$

$$\bar{r} - \bar{r}' = (-R_A cos\,\varphi'; -R_A sen\,\varphi'; 0)$$

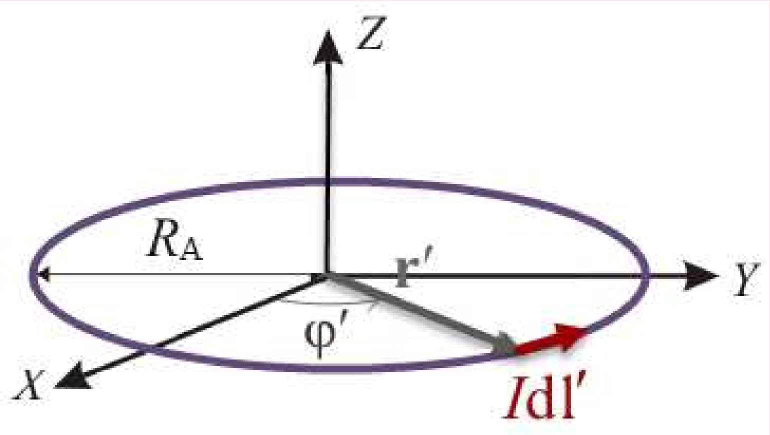
$$|\bar{r} - \bar{r}'|^3 = R_A{}^3$$

Ver nota

$$\boxed{I\overline{dl'} = I R_A d\varphi' \widehat{\varphi}'; \quad 0 < \varphi' < 2\pi\,; \quad \widehat{\varphi}' = (-sen\varphi'; cos\varphi'; 0)}$$

$$\bar{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\int_0^{2\pi} \frac{I R_A d\varphi'(-sen\varphi'; cos\varphi'; 0) \wedge (-R_A cos\,\varphi'; -R_A sen\,\varphi'; 0)}{R_A{}^3}$$

Nota respecto a la forma de circular:

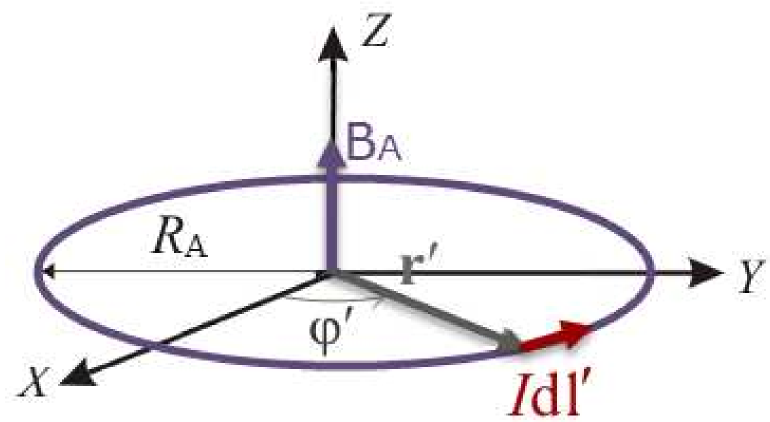


$$I\overline{dl'} = IR_A d\varphi' \widehat{\varphi}'; \quad 0 < \varphi' < 2\pi \; ; \quad \widehat{\varphi}'$$

OPCIONES

- O colocan los versores siempre positivos y circulan en el sentido de la corriente
- O le colocan el signo al versor y van de 0 a 2π

Para la espira A:



$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I R_A{}^2}{4\pi R_A{}^3}\int_0^{2\pi} d\varphi'(0;0;1)$$

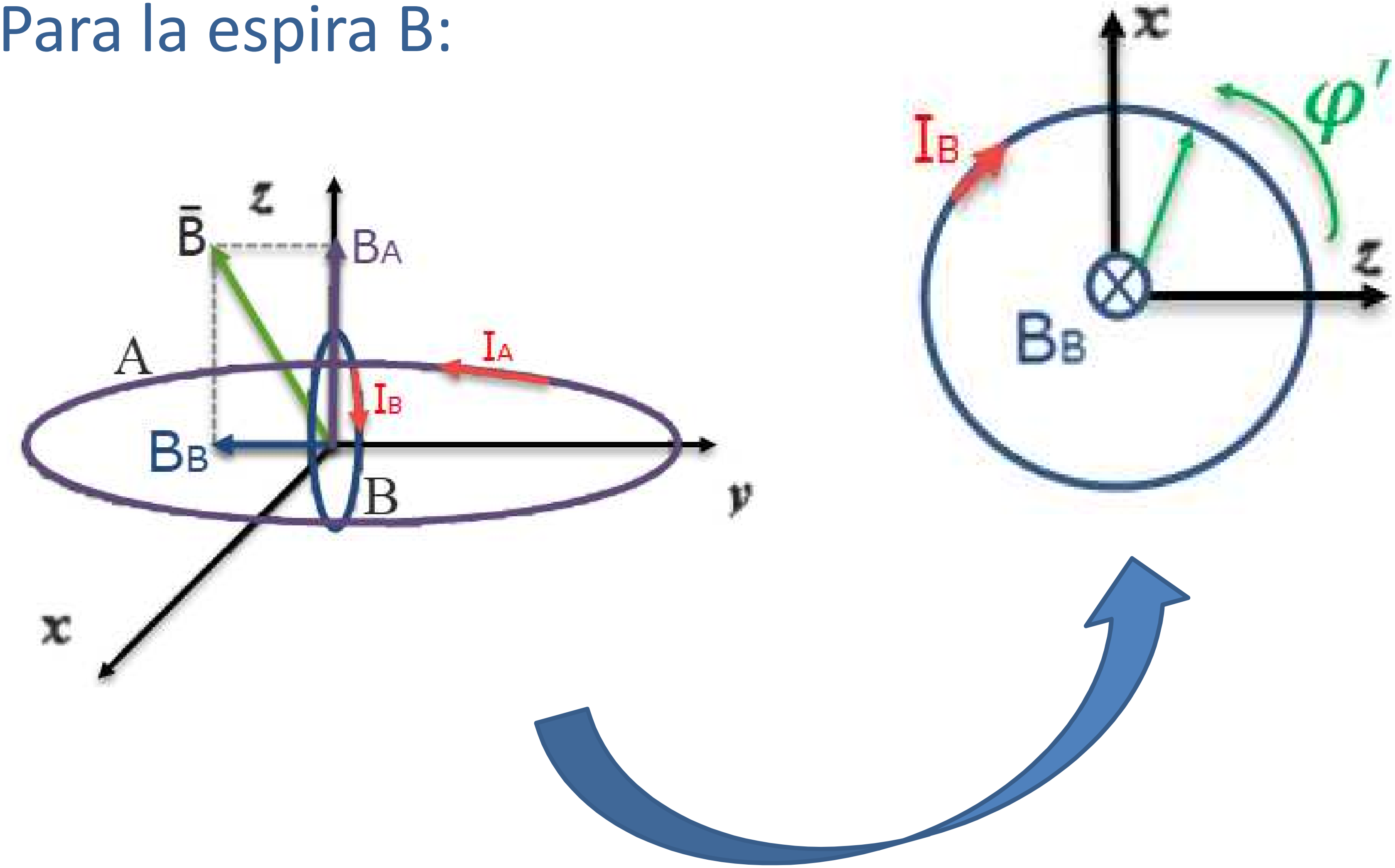
Notar que queda en $\hat{k}$ como esperábamos.

$$B_{A_z} = \frac{\mu_0 I_A}{4\pi R_A}\int_0^{2\pi} d\varphi'\,\hat{k} = \frac{\mu_0 I_A}{2R_A}\hat{k} = 10\mu T\,\hat{k}$$

$$I_A = 3{,}18A$$

¡La corriente da positiva, entonces el sentido supuesto era correcto!

Para la espira B:

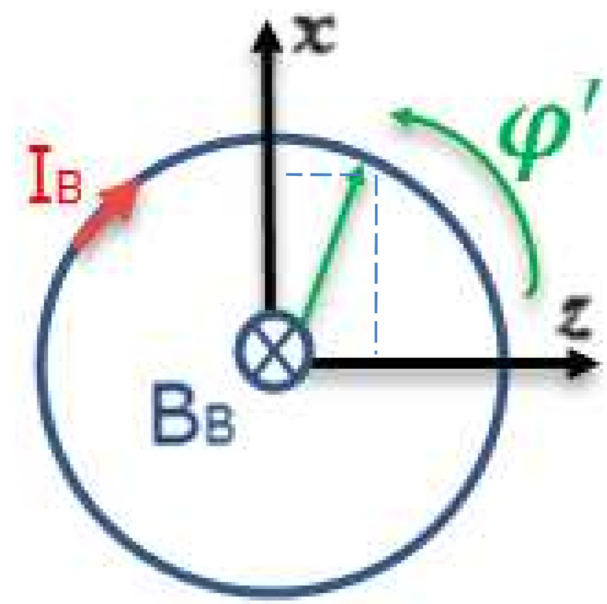


Para la espira B:

¡ CUIDADO! ¿Cómo se escribe ahora $\widehat{\varphi'}$?

$$\widehat{\rho'} = (sen\varphi'; 0; cos\varphi')$$

$$\widehat{\varphi'} = (cos\varphi'; 0; -sen\varphi')$$



Siendo:

$$\bar{r} = (0; 0; 0)$$

$$\bar{r}' = (R_B sen\,\varphi'; 0; R_B cos\varphi')$$

$$\bar{r} - \bar{r}' = (-R_B sen\,\varphi'; 0; -R_B cos\varphi')$$

$$|\bar{r} - \bar{r}'|^3 = R_B{}^3$$

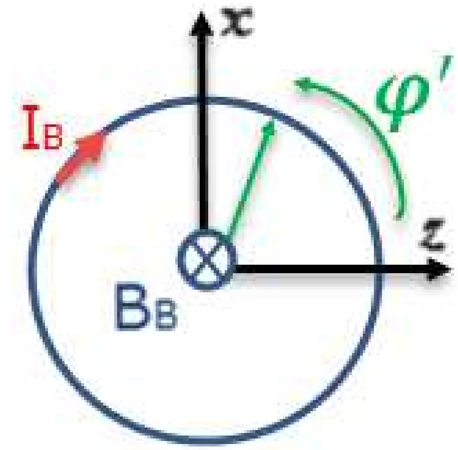
respecto a la forma de circular:

$$I\overline{dl'} = IR_B d\varphi'(-\widehat{\varphi'}); \quad 0 < \varphi' < 2\pi$$

Ó: $$\boxed{I\overline{dl'} = IR_B d\varphi'(\widehat{\varphi'}); \quad 2\pi < \varphi' < 0}$$

Circular en el sentido de la corriente

Para la espira B:



$$\bar{B} = \frac{\mu_o I {R_B}^2}{4\pi {R_B}^3} \int_{2\pi}^{0} d\varphi' (0; 1; 0)$$

Notar que queda en $-\hat{y}$ como esperábamos. Podemos integrar:

$$B_{B_y} = -\frac{\mu_o I_B}{4\pi R_B} \int_0^{2\pi} d\varphi' = -\frac{\mu_o I_B}{2R_B} \hat{y}$$

O, si pusimos el signo del versor positivo y circulamos en el sentido de la corriente:

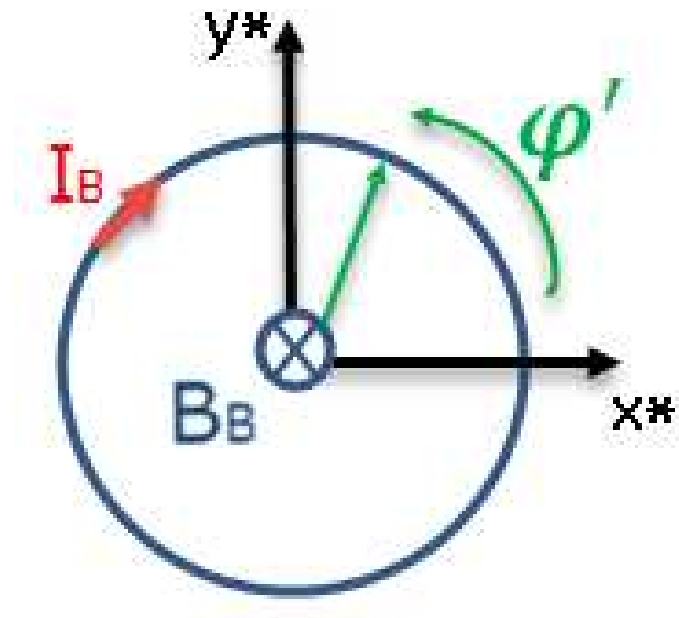
$$B_{B_y} = \frac{\mu_o I_B}{4\pi R_B} \int_{2\pi}^{0} d\varphi' \, \hat{y} = -\frac{\mu_o I_B}{2R_B} \hat{y} = -5\mu T \, \hat{y}$$

$$I_B = 0{,}796A$$

¡La corriente da positiva, entonces el sentido supuesto era correcto!

Para la espira B, otra forma:

"Análogamente": cambiamos los ejes, calculamos igual que antes y le ponemos el versor al resultado:



$$\boxed{-\frac{\mu_o I_B}{2R_B}\,\hat{y} = -5\mu T\,\hat{y}}$$

$$I_B = 0{,}796A$$

¡La corriente da positiva, entonces el sentido supuesto era correcto!